УДК 656.2.078.11.001.57

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННОГО ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ОРГАНИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

Б.И.АЛИБЕКОВ*, Э.А.МАМАЕВ**

Дагестанский Государственный Университет, г. Махачкала,
Ростовский Государственный Университет
Путей Сообщения, г. Ростов-на-Дону
alibekovbi@yandex.ru

Рассматривается оптимизационная задача планирования потоков на сети, удовлетворяющей ограничениям по дугам и вершинам на их пропускную способность на примере планирования и организации вагонопотоков. Приводится эффективный приближенный метод решения многоэкстремальных задач дискретного программирования класса синтеза сетей с нелинейными функциями затрат на потоки по дугам и узлам сети. Приближенный алгоритм основан на линеаризации ограничений, что позволяет получить частично-целочисленную задачу дискретного программирования. Для решения приближенной задачи предлагается двухсторонний итерационный метод определения плана, близкого к оптимальному плану исходной задачи. Приводятся описание алгоритма решения задачи и анализ эффективности метода по экспериментальным расчетам.

Ключевые слова: потоковые задачи, задачи синтеза сетей, динамическое программирование, частично-целочисленная задача, локально-оптимальное решение, итеративный алгоритм, транспортная сеть, организация вагонопотоков, план формирования, маршрутизация перевозок.

Большинство задач организации транспортных потоков имеют схожие точки формирования затрат, экономию которых предполагают целевые функционалы постановок оптимизационных задач. К прикладным задачам в этой области относятся оптимальная организация вагонопотоков, маршрутизация пассажирских потоков в мегаполисе, задача синтеза сети для оптимизации потоков и другие. Развитие методов расчета оптимальных планов для вышеперечисленных задач с учетом существующих ресурсных ограничений (на пропускные способности участков сети, мощностей узлов сети по переработке потока) и возможности их развития актуально как с теоретической, так и практических точек зрения.

NP-сложность решения потоковых задач актуализирует развитие приближенных методов решения задач управления движением материальных и информационных потоков во времени и в пространстве от пунктов производства до пунктов потребления.

«Хотя точные методы математически изящны и логически стройны, как отмечает Ю.Ю. Финкельштейн, возможности их при решении задач значительных размеров ограничены. Это постепенно выяснилось по результатам машинного эксперимента и решением прикладных задач. За последние годы это было подтверждено также рядом теоретических исследований. Не удивительно поэтому, что резко возрос интерес к приближенным методам дискретного программирования» [18]. В работах [2-11, 17] рассматриваются многоэкстремальные задачи размещения с нелинейной функцией цели и линейными ограничениями.

В данной работе приведен приближенный метод решения потоковых задач дискретного программирования на примере определения плана формирования одногруппных поездов [1], для решения которого существует много, в основном, эвристических алгоритмов. К числу точных алгоритмов относится алгоритм ветвей и границ, который легко модифицируется для получения решения при наложении ограничений на число путей под накопление поездов. В работах [2-11, 17] рассматриваются многоэкстремальные задачи размещения с нелинейной функцией цели и линейными ограничениями и задача организации вагонопотоков.

Планирование и организации вагонопотоков региональной транспортной сети – одна из важнейших и сложнейших проблем в работе железных дорог. Эта проблема постоянно привлекает к себе внимание научных и практических работников железнодорожного транспорта. Задача определения плана формирования поездов является частным случаем задачи синтеза сетей [15, 16].

Математическая модель задачи оптимальной организации вагонопотоков региональной транспортной сети формулируем следующим образом: пусть на орграфе $G(M,E)$ с множеством вершин M и дуг $E=\{(i,j):\, i,j\in M\}\subseteq M\times M$ задано непустое множество $A=\{(i,j): i,j\in M\}\subseteq E\subseteq M\times M$, называемое множеством назначений (струи), с мощностями элементов $a_{ij}\geq 0$. Известно $\mathrm{S}=\{s(i,j)\}\subseteq A$ – множество допустимых маршрутов, $n=|\mathrm{S}|$ – количество допустимых маршрутов. Первая вершина i в паре (i,j) называется началом, вторая j – концом назначения $a_{ij}\geq 0$ или маршрута $s(i,j)$. Их также будем обозначать через $i(s)$ и $j(s)$, соответственно. Требуется определить множество маршрутов $S(A)\subseteq S\subseteq E$ и $|S(A)|=n(A)\leq n$ число маршрутов, и поток $x(A)$ по этим маршрутам $s \in S(A)$, доставляющий минимум функции суммарных затрат

$$z(x(A), S(A)) = \sum_{s \in S(A)} [\sum_{e(q,p) \in E(s)} \varphi_{e(q,p)s}(x_{e(q,p)s}) + \sum_{i \in M(s)} f_{is}(y_{is}) + f_s(y_s)] \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{s \in S(A)} x_{e(q,p)s} = a_{e(q,p)}, e(q,p) \in A, \quad (2)$$

$$x_{e(q,p)s} \ge 0, \; e(q,p) \in A, \; s \in S(A), \quad (3)$$

где $y_{ks} = sign(\sum_{q=i(s)}^{k-1} x_{qks} + \sum_{p=k+1}^{j(s)} x_{kps}) \sum_{q=i(s)}^{k-1} \sum_{p=k+1}^{j(s)} x_{qps}$, $\quad y_s = \sum_{q \in M(s)} \sum_{q < p \in M(s)} x_{e(q,p)s}$, $\quad s \in S(A)$,

$$y_{qs}^- = \sum_{e(i,j) \in A^-(q,s)} x_{e(i,j)s}, \; y_{ps}^+ = \sum_{e(i,j) \in A^+(p,s)} x_{e(i,j)s}, \; s \in S(A),$$

$$A^-(q,s) = \{e(i,j) : \exists p, e(q,p) \in E(s), e(i,j) \in E(s), i < q < j\}, \quad s \in S(A),$$

$$A^+(p,s) = \{e(i,j) : \exists p, e(q,p) \in E(s), e(i,j) \in E(s), i < p < j\}, \quad s \in S(A),$$

$$y_{qs}^- = \sum_{e(i,j) \in A^-(q,s)} x_{e(i,j)s}, \; y_{ps}^+ = \sum_{e(i,j) \in A^+(p,s)} x_{e(i,j)s}, \; s \in S(A),$$

$$f_{e(q,p)s}(y_{e(q,p)s}) = f_{qs}^-(y_{qs}^-) + f_{ps}^+(y_{ps}^+),$$

$$y_{e(q,p)s} = (y_{qs}^-, y_{ps}^+), \; e(q,s) \in E(s), \; s \in S(A),$$

y_s – число подвижных единиц, отправляемых по маршруту $s \in S(A)$,

$f_{qs}^-(y_{qs}^-)$ ($f_{ps}^+(y_{ps}^+)$) – затраты связанные с обработкой подвижных единиц y_{qs}^- в начале $q(e)$ (y_{ps}^+ в конце $p(e)$) дуги $e(q,p) \in E(s)$ входящей в маршрут $s \in S(A)$,

$z(x(A), S(A))$ – суммарные затраты полученные в результате выполнения перевозки всех существующих назначений $a_{ij} \ge 0$, $e(i,j) \in A$ по полученным маршрутам $s \in S(A)$,

$A^-(q,s)$ ($A^+(p,s)$) – множество дуг $e(i,j) \in E(s)$, потоки $a_{ij} \ge 0$ которых проходят через начало $q(e)$ дуги $e(q,p) \in E(s)$ (конечную вершину $p(e)$ дуги $e(q,p) \in E(s)$) маршрута $s \in S(A)$.

Оптимальное множество маршрутов $S(A) \subseteq S$ и оптимальное число маршрутов $n(A) = |S(A)|$ определяются в процессе решения задачи.

Конечную последовательность дуг $s(i,j) = (e_1(i = i_1, j_1)$, $e_2(i_2 = j_1, j_2)$, $e_3(i_3, j_3), \ldots, e_k(i_k = j_{k-1}, j_k), \ldots, e_{k_s}(i_{k_s}, j_{k_s} = j))$ назовем маршрутом, где $s(i,j) \in S(A)$ – номер маршрута, $s = 1, 2, \ldots, n(A)$, $M(s) \subseteq M$ – множество вершин, $E(s) \subseteq S(A)$ – множество дуг принадлежащих маршруту $s(i,j)$. Обозначим $x_{e_k(i_k, j_k)s(i,j)} = x_{e_k s} = x_{i_k j_k ij}$ – объем потока (количество подвижных единиц), отправляемых по дуге $e_k(i_k, j_k)$, $1 \le k \le k_s$ маршрута $s(i, j) \in S(A)$. Каждому потоку $e(q, p) \in A$ соответствует число $a_e \ge 0$, называемое объём назначения e. Будем считать, что дуга (назначение, струя) $e(q, p) = e$ является участковым маршрутом, если $p(e) = q(e) + 1$, т.е. две соседние пункты образуют самостоятельный участковый маршрут.

Возможны следующие взаимные положения дуги $e(q, p) \in A$ и маршрута $s(i, j) \in S(A)$:

1) Дуга $e(q, p) \in A$ является вложенным в маршрут, если имеет место условие $i(s) \le q(e) < p(e) \le j(s)$ и обозначается $e(q, p) = (q, p) \in s(i, j) \subseteq s(A)$ $(e(q, p) \cap s(i, j) = e(q, p))$;

2) Дуга $e(q, p) = (q, p) \in A$ маршрут $s(i, j) \in S(A)$ пересекаются в начале маршрута, если имеет место условие $q(e) < i(s) < p(e) \le j(s)$ и обозначается $e(q, p) \times s(i, j)$ $(e(q, p) \cap s(i, j) \ne \varnothing)$;

3) Дуга $e(q, p) = (q, p) \in A$ и маршрут $s(i, j) \in S(A)$ пересекаются в конце маршрута, если имеет место условие $i(s) \le q(e) < j(s) < p(e)$ и обозначается $s(i, j) \times e(q, p)$ $(e(q, p) \cap s(i, j) \ne \varnothing)$;

4) Дуга $e(q, p) = (q, p) \in A$ и маршрут $s(i, j) \in S(A)$ не пересекаются, если имеет место условие $j(s) < q(e)$ или $p(e) < i(s)$ $(e(q, p) \cap s(i, j) = \varnothing)$.

Аналогично можно определить взаимные положения двух маршрутов $s_1(i_1, j_1)$, $s_2(i_2, j_2) \in S(A)$:

а) Маршрут $s_1(i_1, j_2) \in S(A)$ является вложенным в маршрут $s_2(i_2, j_2) \in S(A)$, если имеет место условие $i_2(s_2) \le i_1(s_1) < j_1(s_1) \le j_2(s_2)$ (и обозначается $s_1(i_1, j_1) \in s_2(i_2, j_2) \subseteq s(A)$ или $(s_1(i_1, j_1) \cap s_2(i_2, j_2) = s\ (i_1, j_1))$;

б) Маршруты $s_1(i_1, j_2) \in S(A)$ и $s_2(i_2, j_2) \in S(A)$ пересекаются, если имеет место условие $i_1(s_1) < i_2(s_2) < j_1(s_1) \le j_2(s_2)$ или $i_2(s_2) < i_1(s_1) < j_2(s_2) \le j_1(s_1)$ (и обозначается $(s_1(i_1, j_1) \cap s_2(i_2, j_2) \ne \varnothing)$;

в) Маршруты $s_1(i_1, j_2) \in S(A)$ и $s_2(i_2, j_2) \in S(A)$ не пересекаются, если имеет место условие $j_1(s_1) < i_2(s_2)$ или $j_2(s_2) < i_1(s_1)$ (и обозначается $(s_1(i_1, j_1) \cap s_2(i_2, j_2) = \varnothing$).

Два пересекающиеся маршрута могут быть объединены в один маршрут. Вагонопоток $a_{e(q,p)} \ge 0$ может, отправляется маршрутом $s(i, j) = s$, если дуга $e(q, p) = e$ принадлежит маршруту $s(i, j) = s$ $(e(q, p) \in s(i, j), i(s) \le q(e) < p(e) \le j(s))$.

Каждой дуге $e = (i, j) \in E(s)$ и вершинам $i, j \in M(s) \subseteq M$ маршрута $s(i, j) = s \in E(s) \subseteq S(A)$ соответствуют неотрицательные вогнутые неубывающие функции затрат. Эти функции зависят от значения потоков x_{es}, y_{is}^-, y_{js}^+. Т.е. $\varphi_{es} = \varphi_e(x_{es})$, $f_{is}^- = f_{is}^-(y_{is}^-)$, $f_{js}^+ = f_{js}^+(y_{js}^+)$, $i, j \in M(s) \subseteq M$, $\varphi_{es}(0) = 0$, $f_{is}^-(0) = 0$, $f_{js}^+(0) = 0$.

Обозначим $\Psi_s(s(i, j)) = \sum\limits_{e \in E(s)} \varphi(x_{es}) + \sum\limits_{k \in M(s)} f_{ks}(y_{ks}) + f_s(y_s)$ затраты связанные с потоком $x_{e(q,p)s(i,j)}$ по маршруту $s(i, j)$, где $s(i, j) = (e_1(i = i_1, j_1),$ $e_2(i_2 = j_1, j_2), e_3(i_3, j_3), ..., e_{k_s}(i_{k_s}, j_{k_s} = j))$ - маршрут, $y_{i_k s}(i_k(e_k))$ - число подвижных единиц, обрабатываемых на вершине $i_k(e_k) \in M(s)$ дуги $e_k(i_k, j_k)$. Здесь $i_{k+1}(e_{k+1}) = j_k(e_k) \in M(s)$ и $j_{k-1}(e_{k-1}) = i_k(e_k) \in M(s)$, $i = i_1 \in M(s), j_{k_s} = j \in M(s)$, $k = 1, 2, ..., k_s$.

Здесь вагонопоток рассматривается как число вагонов, обрабатываемых на каждой сортировочной станции $i_k \in s(i, j)$, и определяется формулой

$$y_{i_k s} = sign\left(\sum_{q=i(s)}^{i_k-1} x_{qi_k s} + \sum_{p=i_k+1}^{j(s)} x_{i_k ps}\right) \sum_{q=i(s)}^{i_k-1} \sum_{p=i_k+1}^{j(s)} x_{qps}.$$

Маршрут $s(i, j) = s_1(i_1, j_1) \bigcup s_2(i_2, j_2)$, полученный в результате слияния двух маршрутов $s_1(i_1, j_1)$ и $s_2(i_2, j_2)$, называется их объединением. А маршруты $s_1(i_1, j_1)$ и $s_2(i_2, j_2)$ называются под маршрутами (компонентами, составляющими) маршрута $s(i, j)$. В процессе определения локально оптимальных потоков задачи (1)-(3) используем следующие преобразования:

1. Если имеет место $s(i, j) = s_1(i_1, j_1) \bigcup s_2(i_2, j_2)$ и неравенство

$$\Psi_s(s(i, j)) < \Psi_{s_1}(s_1(i_1, j_1)) + \Psi_{s_2}(s_2(i_2, j_2)), \tag{4}$$

то следует объединить два маршрута $s_1(i_1, j_1)$ и $s_2(i_2, j_2)$ в один маршрут $s(i, j) = s_1(i_1, j_1) \bigcup s_2(i_2, j_2)$.

2. Если имеет место $s(i, j) = s_1(i_1, j_1) \bigcup s_2(i_2, j_2)$ и неравенство

$$\Psi_s(s(i, j)) > \Psi_{s_1}(s_1(i_1, j_1)) + \Psi_{s_2}(s_2(i_2, j_2)), \tag{5}$$

то необходимо разбить маршрут $s(i, j) = s_1(i_1, j_1) \bigcup s_2(i_2, j_2)$ на два маршрута $s_1(i_1, j_1)$ и $s_2(i_2, j_2)$.

3. Если имеет место $e(q, p) \in s_1(i_1, j_1)$ и неравенство

$$\Psi_{s_1}(s_1(i_1, j_1)) + \Psi_{s_2}(s_2(i_2, j_2)) > \Psi_{s_2}(s_2(i_2, j_2) \bigcup e(q, p)) + \Psi_{s_1}(s_1(i_1, j_1) \setminus e(q, p)), \tag{6}$$

то необходимо вагонопоток $a_{e(q,p)}$ исключить из маршрута $s_1(i_1, j_1)$ и включить в маршрут $s_2(i_2, j_2)$. Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Если (1) - выпуклая вверх функция и для множества допустимых маршрутов S на графе не существуют маршруты $s_1(i_1, j_1) \in S(A)$, $s_2(i_2, j_2) \in S$, $s(i, j) \in S(A)$ и вагонопоток $a_{e(q,p)}$, удовлетворяющих одно из условий (4) – (6), то множество допустимых маршрутов $S(A)$ на данном графе будет локально оптимальным планом (решением) задачи (1) – (3).

Доказательство. Из выпуклости вверх функции (1) следует, что ею минимум достигается на вершинах выпуклого многогранника (2) – (3). Это означает, что в оптимальном плане $x_{e(q,p)s} = a_{qp}$ или $x_{e(q,p)s} = 0$. Если ни одна из условий (4) – (6) не имеет место, то при переходе к любой соседней вершине плана $(x(A), S(A))$ значения функции (1) не уменьшается. Следовательно, $(x(A), S(A))$ – локально оптимальный план. Если имеет место одно из условий *(4)-(6)*, то соответствующее этому условию преобразование $1 - 3$ уменьшает значения функции (1). План, полученный после конечного числа преобразования по этим правилам, также удовлетворяет ограничениям (2) – (3), следовательно, он будет допустимым планом. Из конечности вершин выпуклого многогранника (2) – (3), следует, что число преобразования конечное.

Для решения задачи (1) – (3) предлагается двухсторонний итерационный метод определения плана, близкого к оптимальному плану. Аналогичный односторонний итерационный метод, приводится в [2]. Общая схема метода изложена в работах [3, 4]. Формальное описание двухстороннего метода определения оптимального плана многоэкстремальной задачи типа размещения приводится в работах [4, 10].

Обозначим через $H_x(S(A))$ множество планов, удовлетворяющих соотношениям (2) – (3).

$$H_x(S(A)) = \left\{ \{x, S(A)\} : \sum_{s \in S} x_{e(q,p)s} = a_{e(q,p)},\, x_{e(q,p)s} \geq 0,\; e(q,p) \in A \subseteq E,\; s \in S(A) \subseteq E \subseteq M \times M \right\}.$$

Отрезки $[\delta'', b'']$, $[\delta', b'[$, $[\delta, b]$ изменения переменных x_{qps}, y_{is}, y_s разобьём на l'', l', l частей, соответственно. Вычислим

$$d_{qpsk} = \frac{1}{b''_{k+1} - b''_k} \int_{b''_k}^{b''_{k+1}} \frac{\varphi_{qps}(t)}{t} dt\,, k = 1,2,\ldots,l'',$$

$$d_{isk} = \frac{1}{b'_{k+1} - b'_k} \int_{b'_k}^{b'_{k+1}} \frac{f_{is}(t)}{t} dt\,,\; k = 1,2,\ldots,l',$$

$$d_{sk} = \frac{1}{b_{k+1} - b_k} \int_{b_k}^{b_{k+1}} \frac{f_s(t)}{t} dt\,,\ k = 1,2,...,l\,,$$

$p = 2,3,...,m,\ q = 12,3,..., p-1\,,\ i = 1,2,...,m\,,\ \ s \in S\,.$

Кусочно-линейные функции

$$\overline{\varphi}_{e(q,p)s}(x_{e(q,p)s}) = \overline{\varphi}_{qps}(x_{qps}) = \sum_{k=1}^{l''} d_{qpsk}\lambda_{qpsk}x_{qps}\,,\ \ \bar{f}_{is}(y_{is}) = \sum_{k=1}^{l'} d_{isk}\lambda_{isk}y_{is}\,,$$

$\bar{f}_s(y_s) = \sum_{k=1}^{l} d_{sk}\lambda_{sk}y_s$, аппроксимируют функции $\varphi_{qps}(x_{qps})$, , $f_s(y_s)$ на отрезках $\delta'' \le x_{qps} \le b''$, $\delta' \le y_{is} \le b$, $\delta \le y_s \le b$, соответственно, $f_{is}(y_{is})$ с любой точностью при достаточно больших значениях l'', l', l. Здесь переменные λ_{qpsk}, λ_{isk}, λ_{sk} равны единице, если $x_{qps} \in [b''_k, b''_{k+1})$, $y_{is} \in [b'_k, b'_{k+1})$, $y_s \in [b_k, b_{k+1})$, соответственно, в других случаях – нулю. Тогда задачу (1) – (3) можно аппроксимировать следующей задачей: найти план $(x(A), S(A)) \in H_x(S(A))$, обращающий в минимум функцию

$$\bar{z}(x(A), S(A)) = \sum_{s \in S(A)} [\ \sum_{e(q,p) \in E(s)} \overline{\varphi}_{e(q,p)s}(x_{e(q,p)s}) + \sum_{i \in M(s)} \bar{f}_{is}(y_{is}) + \bar{f}_s(y_s)] \quad \text{или}$$

$$\bar{z}(x(A), S(A)) = \sum_{s \in S(A)} [\ \sum_{e(q,p) \in E(s)} \sum_{k=1}^{l''} d_{e(q,p)sk}\lambda_{e(q.p)sk}x_{e(q,p)s} + \sum_{i \in M(s)} \sum_{k=1}^{l'} d_{isk}\lambda_{isk}y_{is} + \sum_{k=1}^{l} d_{sk}\lambda_{sk}y_s]\,. \tag{7}$$

На практике функция (7) задается не в аналитической форме (1), а в виде таблиц задаются значения $d_{qpsk''}$, $d_{isk'}$, d_{sk}, $p = 2,3,...,m,\ q = 12,3,..., p-1$, $i = 1,2,...,m$, $s \in S$, $k'' = 1,2,...,l''$, $k' = 1,2,...,l'$, $k = 1,2,...,l$.

К последней задаче можно было бы применить метод динамического программирования, перебирая различные маршруты $s \in S(A)$ так, чтобы выполнялись условия $(x(A), S(A)) \in H_x(S(A))$, $i(s) \le q(e) \le p(e) \le j(s)$, и решая соответствующие задачи для сепарабельной целевой функции с линейными ограничениями. Здесь $q(å)$ – начало, $p(å)$ – конец дуги $e(q, p) = e$ с назначением a_{qp}. Число решаемых задач сепарабельной целевой функцией с линейными ограничениями будет расти экспоненциально, поэтому этот метод практически не пригоден. Ниже описан приближённый метод решения (7), где надо решать не более $n(A)l << \frac{m(m-1)l}{2} = l \times me$ задач, где m число вершин в исходном графе (число транспортных узлов), l – число точек разбиения интервала допустимых значений y_s, me – число назначений (дуг $s \in S$ в заданном графе), $n(A)$ – число допустимых маршрутов для потока A.

Допускаем, что функции $\frac{\varphi_{qps}(t)}{t}, \frac{f_{is}(t)}{t}, \frac{f_s(t)}{t}$ – неотрицательные и невозрастающие, т.е. $d_{qpsk} \ge d_{qpsk+1}$, $k = 1,2,...,l''-1$, $d_{isk} \ge d_{isk+1}$, $k = 1,2,...,l'-1$, $d_{sk} \ge d_{sk+1}$, $k = 1,2,...,l-1$, $p = 2,3,...,m$, $q = 12,3,..., p-1$, $i = 1,2,...,m$, $s \in S(A)$.

Если бы заранее были известны оптимальные значения маршрутов y_s, $s \in S(A)$, можно было бы заменить $\varphi_{qps}(x_{qps})$, $f_{is}(y_{is})$, $f_s(y_s)$ соответствующими линейными аппроксимациями и, решив получившуюся задачу сепарабельной целевой функцией с линейными ограничениями, получить точное решение (7). Подробное описание метода для решения многоэкстремальных задач типа размещения с дополнительными ограничениями на переменных и результаты вычислительных экспериментов приведены в работах [2 – 15, 17]. В данной работе метод, изложенный в работах [2 – 15, 17], обобщается и модифицируется для решения более сложной задачи организации вагонопотоков [1, 4, 10, 15], чем многоэкстремальные задачи типа размещения [2 – 15, 17]. Введём следующие обозначения: $ne \times l = n(A) \times l$, может быть $ne = n(A) = me = \frac{m(m-1)}{2}$. $Sgr(\tau, r)$ - массив маршрутов, полученных при наибольших значениях $d_{qps\gamma''}$, $d_{is\gamma'}$, $d_{s\gamma}$ (т.е. при $\tau = (\gamma'', \gamma', \gamma)$), в функции $\bar{z}(x)$, $Sgr[1..ne]$, $Sgr[k] = s_k$, $Slr(\tau, r)$ - массив маршрутов, полученных при наименьших значениях $d_{qpsl''-\gamma''}$, $d_{isl'-\gamma'}$, $d_{sl-\gamma}$ (т.е. при $\tau = (l''-\gamma'', l'-\gamma', l-\gamma)$), в функции $\bar{z}(x)$, $Slr[1..ne]$, $Slr[k] = s_k$, $s_k \in S(A)$, $\gamma'' = 1,2,...,[\frac{l''}{2}]$, $\gamma' = 1,2,...,[\frac{l'}{2}]$, $\gamma = 1,2,...,[\frac{l}{2}]$, $r = 1,2,...,ne$, $p = 2,3,...,m$, $q = 12,3,..., p-1$, $i = 1,2,...,m$, $r, s \in S(A), r \ne s$.

$Stek(\tau, r)$ - локально оптимальный план в окрестности планов $Sgr(\tau, r)$, $\tau = (\gamma'', \gamma', \gamma)$ и $Slr(\tau, r)$, $\tau = (l''-\gamma'', l'-\gamma', l-\gamma)$, $Stek[1..me]$, $Stek[k] = s_k$, $k = 1,2,...,me$, $k = q + \frac{(p-2)(p-1)}{2}$, $p = 2,3,...,m$, $q = 12,3,..., p-1$, $i(s_k) \le q \le p \le j(s_k)$, $e \in e_s$, $\gamma = 1,2,...,[\frac{l}{2}]$, $r = 1,2,...,ne$.

$Sop(\tau, r)$ – рекордно-оптимальный план среди локально оптимальных планов $Stek(\tau, r)$, $Sop[1..me]$, $Sop[e] = e_s$, $e \in e_s$ $\gamma = 1,2,...,[\frac{l}{2}]$, $r = 1,2,...,ne$, $\tau = \gamma, l-\gamma$.

Обозначим через $H_x(S(A))$ множество планов, удовлетворяющих соотношениям (6).

Имеет место следующая очевидная теорема.

Теорема 2. *Если* $H_x(S(A))$ *– непустое множество и*

$$y_r^{(1)} = \max\{y_r : y_r = \sum_{q\in M(r)} \sum_{q<p\in M(r)} x_{e(q,p)r}; T_1(x^*) = \min_{x\in H_x(S(A))}\{T_1(x)\}\},$$

$$y_r^{(2)} = \max\{y_r : y_r = \sum_{q\in M(r)} \sum_{q<p\in M(r)} x_{e(q,p)r}; T_2(x^*) = \min_{x\in H_x(S(A))}\{T_2(x)\}\},$$

где

$$H_x(S(A)) = \left\{\{x(A), S(A)\}: \sum_{s\in S(A)} x_{e(q,p)s} = a_{e(q,p)},\ x_{e(q,p)s} \ge 0,\ e(q,p)\in A \subseteq E,\ s\in S(A)\right\}$$

$$T_1(x,S) = \sum_{s\in S\setminus r}[\sum_{e(q,p)\in E(s)} c^{(1)}_{e(q,p)s} x_{e(q,p)s} + \sum_{i\in M\{s\}} c^{(1)}_{is} y_{is} + c^{(1)}_s y_s] +$$

$$+ \sum_{e(q,p)\in E(r)} \varphi_{e(q,p)r}(x_{x(q,p)r}) + \sum_{i\in M(r)} f_{ir}(y_{ir}) + f_r(y_r),$$

$$T_2(x,S) = \sum_{s\in S\setminus r}[\sum_{e(q,p)\in E(s)} c^{(2)}_{e(q,p)s} x_{e(q,p)s} + \sum_{i\in M\{s\}} c^{(2)}_{is} y_{is} + c^{(2)}_s y_s] +$$

$$+ \sum_{e(q,p)\in E(r)} \varphi_{e(q,p)r}(x_{x(q,p)r}) + \sum_{i\in M(r)} f_{ir}(y_{ir}) + f_r(y_r),$$

$$y_{ks} = sign(\sum_{q=i(s)}^{k-1} x_{qks} + \sum_{p=k+1}^{j(s)} x_{kps}) \sum_{q=i(s)}^{k-1} \sum_{p=k+1}^{j(s)} x_{qps},$$

$$y_s = \sum_{q\in M(s)} \sum_{q<p\in M(s)} x_{e(q,p)s},$$

$$c^{(1)}_{e(q,p)s} \ge c^{(2)}_{e(q,p)s},\ c^{(1)}_{is} \ge c^{(2)}_{is},\ c^{(1)}_s \ge c^{(2)}_s,\ s\in S(A)\setminus r,\ e(q,p)\in E(s),$$

то имеет место неравенство $y^{(1)}_{ir} \ge y^{(2)}_{ir},\ i\in M(r),\ y^{(1)}_r \ge y^{(2)}_r,\ r\in S(A)$.

Аналогичные теоремы для задач выпуклого программирования и многоэкстремальных задач типа размещения приведены в работах [2 – 4, 17].

Последовательно для всех $r = 1,2,...,ne$ и $\iota = (\tau'', \tau', \tau)$, $\tau'' = \gamma'', (l'' - \gamma'')$ $\tau' = \gamma', (l' - \gamma')$, $\tau = \gamma, (l - \gamma)$, определяется план $(x(\tau, r, A)$, $S(\tau, r, A)) \in H_x(S(A))$, т.е. структуры и составляющие назначения $x_{qpr} = a_{qp}$, маршрутов $r\in S(A)$, $r \ne s$, оценивающие сверху и снизу значения потоков $y_{e(q,p)r} = (y_{qr}, y_{pr})$.

В этих целях для $\gamma'' = 1,2,...,[\frac{l''}{2}]$, $\gamma' = 1,2,...,[\frac{l'}{2}]$, $\gamma = 1,2,...,[\frac{l}{2}]$, γ'', γ', γ- номера аппроксимации, $[\beta]$ – целая часть числа β, и решается задача минимизации функции (7). В этих целях для каждого $s \in S(A) \setminus r$ выбираются первые аппроксимации функции $\varphi_{qps}(x_{qps})$, $f_{is}(y_{is})$, $f_s(y_s)$, т.е. берем $\tau''=\gamma''=1, \tau'=\gamma'=1, \tau=\gamma=1,$ γ'', γ', γ – номера аппроксимации, и решается задача минимизации функции

$$F_{\iota r}(x(A),S(A)) = \sum_{s\in S(A)\setminus r}[\sum_{e(q,p)\in E(s)} d_{e(q,p)s\tau''}x_{e(q,p)s} + \sum_{i\in M(s)} d_{is\tau'}y_{is} + d_{s\tau}y_s] +$$

$$\sum_{e(q,p)\in E(r)}\sum_{k=1}^{l''} d_{e(q,p)rk}\lambda_{e(q,p)rk}x_{e(q,p)rk} + \sum_{i\in M(r)}\sum_{k=1}^{l'} d_{irk}\lambda_{irk}y_{ir} + \sum_{k=1}^{r} d_{rk}\lambda_{rk}y_r \quad , \tag{8}$$

где

$$\iota=(\tau'',\tau',\tau),\ \ \tau''=\gamma'',(l''-\gamma''),\ \tau'=\gamma',(l'-\gamma'),\ \tau=\gamma,(l-\gamma),$$

$$\gamma''=1,2,...,[\frac{l''}{2}],\ \gamma'=1,2,...,[\frac{l'}{2}],\ \gamma=1,2,...,[\frac{l}{2}]$$

на множестве $H_x(S(A))$.

Затем выбираются их последние аппроксимации, т.е. при $\tau''=l''-\gamma''=l''-1, \tau'=l'-\gamma'=l-1,$ $\tau=l-\gamma=l-1$, и повторно решается задача минимизации функции (8) на множестве $H_x(S(A))$. Решение пары задач, определяют планы

$x(\gamma'',\gamma',\gamma,r)\in H_x(S(\gamma'',\gamma',\gamma,r)),$

$x(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,r)\in H_x(S(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma)),\ S(\gamma'',\gamma',\gamma,r)\in S(A)$,

$S(l''-\gamma'',l'-\gamma',l=\gamma,r)\in S(A),$ доставляющие минимум функции (8). Так как функции $\frac{\varphi_{qps}(t)}{t},\frac{f_{is}(t)}{t},\frac{f_s(t)}{t}$ – невозрастающие функции, то имеют место неравенства $d_{qps\gamma''}\ge d_{qpsl''-\gamma''}$, $\gamma''=1,2,...,[\frac{l''}{2}],$ $d_{is\gamma'}\ge d_{isl'-\gamma'}$, $\gamma'=1,2,...,[\frac{l'}{2}]$,

$d_{s\gamma}\ge d_{sl-\gamma}$, $\gamma=1,2,...,[\frac{l}{2}],$ $\gamma=1,2,...,[\frac{l}{2}],$ $p=2,3,...,m,$ $q=12,3,...,p-1$, $i=1,2,...,m$, $s\in S(A)$.

Следовательно, из теоремы 2 следуют неравенства:

$$y_{ir}(\gamma'',\gamma',\gamma,r)\ge y_{ir}(l''-\gamma'',l-\gamma',l-\gamma,r),\ i\in M(r),$$

$$y_r(\gamma'',\gamma',\gamma,r)\ge y_r(l''-\gamma'',l-\gamma',l-\gamma,r),$$

$$S(\gamma'',\gamma',\gamma,r)\in S(A),\ S(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,r)\in S(A).$$

В (8) нелинейной является лишь r-я составляющая. Минимум (8) на множестве $H_x(S(A))$ можно получить за конечное число итераций, каждая из которых состоит в решении задачи с сепарабельной целевой функцией с линейными ограничениями. Пусть $\alpha=(\gamma-1)me+r$, значения α и $(\gamma,\ r)$, однозначно определяются по формуле $\alpha=(\gamma-1)\ me+r$.

При минимизации (8), используя теорему 2, можно сужать область $H_x(S(A))$, вводя после решения очередной задачи и получения значения

$$(x(\gamma'',\gamma',\gamma,r,A),S(\gamma'',\gamma',\gamma,r))\in H_x(\alpha,S(A)),$$

$$(x(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\lambda,A))S(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,r))\in H_x(\alpha,S(A)),$$

ограничения вида

$$x_{e(q,p)s}(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,s)\le x_{e(q,p)s}\le x_{e(q,p)s}(\gamma'',\gamma',\gamma,s),$$

$$y_{is}(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,s)\le y_{is}\le y_{is}(\gamma'',\gamma',\gamma,s),\ \ i\in M(s),$$

$$y_s(l''-\gamma'',l-\gamma',l-\gamma,s)\le \mathrm{y_s}\le y_s(\gamma'',\gamma',\gamma,s),$$

$$(x(\gamma'',\gamma',\gamma,r,A),S(\gamma'',\gamma',\gamma,r))\in H_x(\alpha,S(A)),$$

$$(x(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,A))S(l''-\gamma'',l'-\gamma',l-\gamma,r))\in H_x(\alpha,S(A)),\ s=1,2,...,r-1.$$

Дадим теперь формальное описание процесса определения плана $(x(\tau,r,A),S(\tau,r,A))\in H_x(S(A))$, доставлявшего наименьшее значение функции (8). План $(x(\tau,r,A),S(\tau,r,A))\in H_x(S(A))$ определим следующим алгоритмом.

Алгоритм A1.

Пусть $\alpha=(\gamma-1)ne+r$, положим $r=1,2,...,ne$, $t=1$ и $H(1)=H_x(S(A))$. Пусть план $(x^{(t)}(\tau,r),S^{(t)})\in H(t)$ минимизирует функцию

$$F_{tr}(x(A),S(A))=\sum_{s\in S(A)\backslash r}[\sum_{e(q,p)\in E(s)}d_{e(q,p)s\theta''(s,\tau'')}x_{e(q,p)s}+\sum_{i\in M(s)}d_{is\theta'(s,\tau')}y_{is}+d_{s\theta(s,\tau)}y_s]+$$
$$+\sum_{e(q,p)\in E(r)}\sum_{k=1}^{l''}d_{e(q,p)rk}\lambda_{e(q,p)rk}x_{e(q,p)rk}+\sum_{i\in M(r)}\sum_{k=1}^{l'}d_{irk}\lambda_{irk}y_{ir}+\sum_{k=1}^{r}d_{rk}\lambda_{rk}y_r, \tag{9}$$

где $\lambda_{e(q,p)rk}=1$, $\lambda_{irk}=1$, $\lambda_{rk}=1$ в (9), если выполняются условия $x_{qpr}(t)\in\lfloor b''_{k(t)},b''_{k(t)+1}\rfloor$, $y_{ir}(t)\in\lfloor b'_{k(t)},b'_{k(t)+1}\rfloor$, $y_r(t)\in\lfloor b_{k(t)},b_{k(t)+1}\rfloor$, иначе $\lambda_{e(q,p)rk}=0$, $\lambda_{irk}=0$, $\lambda_{rk}=0$ и меняются с изменением t в интервале [0;1]. Значения $\theta''(s,\tau'')$, $\theta'(s,\tau')$, $\theta(s,\tau)$ равны, соответственно, τ'', τ', τ, если $x_{qps}(\alpha-1,s)\in[b''_{\tau''},b''_{\tau''+1})$, $y_{is}(\alpha-1,s)\in[b'_{\tau'},b'_{\tau'+1})$, $y_s(\alpha-1,s)\in[b_{\tau},b_{\tau+1})$ или определяются из условия $x_{qps}(\alpha-1,s)\in\lfloor b''_{\theta''(s,\tau')},b''_{\theta''(s,\tau')+1}\rfloor$, $y_{is}(\alpha-1,s)\in\lfloor b'_{\theta'(s,\tau')},b'_{\theta'(s,\tau')+1}\rfloor$, $y_s(\alpha-1,s)\in\lfloor b_{\theta(s,\tau)},b_{\theta(s,\tau)+1}\rfloor$, где $x_{qps}(\alpha-1,s)=x_{qps}(\tau''(\alpha-1),s)$, $y_{is}(\tau'(\alpha-1),s)$, $y_s(\tau(\alpha-1),s)$ максимальные значения неизвестных x_{qps}, y_{is}, y_s, полученные в предыдущих итерациях (τ,s). С увеличением числа итерации t значения переменных $x_{qpr}(t)$, $y_{ir}(t)$, $y_r(t)$ уменьшаются, а их коэффициенты в функции (9) увеличиваются.

Следовательно, через конечное число итерации решаются идентичные задачи, так как коэффициенты при неизвестных x_{qps}, y_{is}, y_s, $s\neq r$ не меняются, т.е. мы получим допустимый план задачи (1) – (3)

$(x(\tau,r,A),S(\tau,r,A)) = (x(t),S(t)) =$
$= (x(t-1),S(t-1)) \in H_x(S(A))$, доставляющий минимум функции (8).

Используя преобразования 1 – 3, определим локально оптимальный план $(\bar{x}(\tau,r,A),\bar{S}(\tau,r,A)) \in H_x(S(A))$ в окрестности плана $(x(\tau,r,A),S(\tau,r,A)) \in H_x(S(A))$ по следующему алгоритму.

Алгоритм А2.

Рассмотрим многогранник

$$H_x(S(A)) = \left\{ \{x(A),S(A)\} : \sum_{s\in S(A)} x_{e(q,p)s} = a_{e(q,p)},\ x_{e(q,p)s} \geq 0,\ e(q,p)\in A \subseteq E,\ s\in S(A) \right\}.$$

Вычислим значения целевой функции (7) в некоторых опорных планах $(x(k,A),S(k,A)) \in H_x(S(A))$, $k = 1,2,3,....$ смежных с $(x(\tau,r,A),S(\tau,r,A)) \in H_x(S(A))$. Эти опорные планы удовлетворяют одно из условий (4) – (6). Если среди них найдется такой план, где значение (7) меньше чем $(x(k,A),S(k,A)) \in H_x(S(A))$, то увеличим k на единицу и перейдем к этому плану и рассмотрим некоторые опорные планы, смежные с ним и т.д. При каждом переходе в новый опорный план при помощи преобразования 1 – 3 значения целевой функции (7) строго убывает и число вершин многогранника (2) – (3) конечное, так что такой процесс окончится через конечное число шагов. Выполнение одного из таких условий (4) – (6) с соответствующим изменением по цепочке $(x(k,A),S(k,A)) \in H_x(S(A))$, $k = 1,2,3,....$ выбранных вариантов определяет k-й смежный опорный план, рассматриваемый в процессе локального улучшения. План, получаемый в процессе последовательного улучшения, обозначим $(\bar{x}(\tau,r,A),\bar{S}(\tau,r,A)) \in H_x(S(A))$.

Приближенный оптимальный план задач (1) – (3) определим по следующему алгоритму.

Алгоритм А.

Шаг 0. Выбираются номера аппроксимации функции $\varphi_{qps}(x_{qps})$, $f_{is}(y_{is})$, $f_s(y_s)$, берем $\gamma''=1, \gamma'=1, \gamma=1,$ $\gamma'', \gamma', \gamma$ - номера аппроксимации, номер дуги $r=1$, $\alpha = (\gamma-1)ne + r = 1$, Положим и $H_x(\alpha, S(A)) = H_x(S)$.

Шаг 1. Выбираются аппроксимации функции $\varphi_{qps}(x_{qps})$, $f_{is}(y_{is})$, $f_s(y_s)$, соответствующие значениям параметров $\tau''=\gamma''$, $\tau'=\gamma'$, $\tau=\gamma$, $\alpha = (\gamma-1)ne + r = 1$ и решается алгоритмом А1 задача минимизации функции (8), где $\iota = (\tau'',\tau',\tau)$, а затем аппроксимации функции $\varphi_{qps}(x_{qps})$, $f_{is}(y_{is})$, $f_s(y_s)$, $\iota = (\tau'',\tau',\tau)$, соответствующие значениям параметров

$\tau'' = (l'' - \gamma'')$, $\tau' = (l' - \gamma')$, $\tau = (l - \gamma)$, и повторно решается алгоритмом А1 задача минимизации функции (8), и определяем два допустимых планов $(x(\gamma'', \gamma', \gamma, r, A), S(\gamma'', \gamma', \gamma, r, A)) \in H_x(\alpha, S(A))$,
$(x(l'' - \gamma'', l' - \gamma', l - \lambda, A))S(l'' - \gamma'', l' - \gamma', l - \gamma, r, A)) \in H_x(\alpha, S(A))$, доставляющих минимум функции (8).

Шаг 2. Алгоритмом А2 определяются локально оптимальные планы в окрестности планов $(\bar{x}(\gamma'', \gamma', \gamma, r, A), \bar{S}(\gamma'', \gamma', \gamma, r, A)) \in H_x(\alpha, S(A))$ в окрестности планов
$(\bar{x}(l'' - \gamma'', l' - \gamma', l - \lambda, A))\bar{S}(l'' - \gamma'', l' - \gamma', l - \gamma, r, A) \in H_x(\alpha, S(A))$,

Шаг 3. Увеличиваем значения α на единицу, значения α и (γ, r), однозначно определяются по формуле $\alpha = (\gamma - 1)ne + r$. Вводим дополнительные ограничения
$H_x(\alpha, S(A)) = \{(x, S(A)) : (x, S(A)) \in H_x(\alpha - 1, S(A));$
$y_r(l'' - \gamma'', l' - \gamma', l - \gamma, r) \le y_r \le y_r(\gamma'', \gamma', \gamma, r)\}$

Шаг 4. Проверяем условия завершения вычислительного процесса.

Если выполняется одно из условий:

а) $b_\gamma \ge \max\limits_{s \in S(\gamma, s, A)} \{y_s(\gamma, s)\}$,

б) $b_{l-\gamma} \le \min\limits_{s \in S(l-\gamma, s, A)} \{y_s(l - \gamma, s) > 0\}$,

в) $\sum\limits_{s \in S(l-\gamma, s, A)} y_s(l - \gamma, s) \ge \sum\limits_{s \in S(\gamma, s, A)} y_s(\gamma, s)$,

то переходим к шагу 6, иначе к следующему шагу 5.

Шаг 5. Шаги 1 – 4 повторяем для всех $r = 1, 2, ..., ne$ и $\iota = (\tau'', \tau', \tau)$, где

$$\tau'' = \gamma'', (l'' - \gamma''), \quad \tau' = \gamma', (l' - \gamma'), \quad \tau = \gamma, (l - \gamma), \quad \gamma'' = 1, 2, ..., [\frac{l''}{2}], \quad \gamma' = 1, 2, ..., [\frac{l'}{2}], \quad \gamma = 1, 2, ..., [\frac{l}{2}]$$

Шаг 6. Из множества полученных локально оптимальных планов $(\bar{x}(\tau, r, A), \bar{S}(\tau, r, A)) \in H_x(S(A))$ для всех $r = 1, 2, ..., ne$ и $\iota = (\tau'', \tau', \tau)$,

$$\tau' = \gamma', (l' - \gamma'), \quad \tau = \gamma, (l - \gamma), \quad \gamma'' = 1, 2, ..., [\frac{l''}{2}], \quad \gamma' = 1, 2, ..., [\frac{l'}{2}], \quad \gamma = 1, 2, ..., [\frac{l}{2}]$$

выберем приближенный оптимальный план $(x^*(A), S^*(A)) \in H_x(S(A))$ задачи (1)-(3) удовлетворяющий условию $\bar{z}(x^*(A), S^*(A)) = \min\limits_{\tau, r} \bar{z}(\bar{x}(\tau, r, A), \bar{S}(\tau, r, A))$. Модифицированный в данной работе процесс определения приближенного решения задачи (1)-(3), достаточно подробно изложен для решения многоэкстремальных задач типа размещения в работах [2 – 4]. Оценка метода определяет следующая теорема.

Теорема 3. *Если* $(\mathrm{x}^*(A), S^*(A))$ *- допустимый план задачи (1)-(3), полученный по алгоритму А, то имеет место неравенство*

$$\bar{z}(x^*(A),S^*(A)) \quad - \min_{(x(A),S(A))\in H_x(S(A))}\{\bar{z}(x(A),S(A))\} \le \frac{b}{ne}\max_{s\in S(A)}\{d_{s[\frac{\gamma+1}{2}]} - d_{s\gamma}\},$$

где γ определяется из условия $b_{\gamma\text{-}1} \le \dfrac{b}{ne} < b_{\gamma}$.

Алгоритм запрограммирован на алгоритмическом языке Паскаль (Delphi).

За 30 минут получены различные локально-оптимальные планы задачи с параметрами: число сортировочных станций $m = 17$, число вагонопотоков $me = 136$. Первый локально-оптимальный план получен за 6 минут. С увеличением числа итерации улучшается локально-оптимальный план.

На персональном компьютере получен план для $m = 21$, число вагонопотоков $me = 210$ на языке VBA за 5 секунд.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акулиничев В.М. Организация вагонопотоков / В.М. Акулиничев. М., Транспорт, 1979, 223 с.
2. Алибеков Б.И. О задаче на размещение с ограниченными мощностями. / Б.И.Алибеков // Экономика и математические методы. 1975. т., XI. 7, с.535-541.
3. Алибеков Б.И. Двухсторонний итерационный процесс определения приближенного оптимального решения задачи размещения с ограниченными мощностями. / Б.И.Алибеков // Экономика и математические методы. 2007, т. 43, №2, с.111-117.
4. Алибеков Б.И. Моделирование логистической системы управления транспортным комплексом региона: научная монография/ Б.И. Алибеков, В.П. Жуков. М.: ВИНИТИ РАН, 2007, 273 с.
5. Алибеков Б.И. Оптимальное размещение и развития сортировочных станций региона / Б.И. Алибеков // Вестник РГУПС, 2008, №2, с. 65-69.
6. Алибеков Б.И. Оптимальное размещение и развитие сортировочных станций транспортного комплекса региона / Б.И.Алибеков, В.П.Жуков, А.Я.Ламанов //Транспорт. Наука. Техника. Управление, 2009, №2, с.36-42.
7. Алибеков Б.И. Оптимальное размещение базовых технических станций с дискретными мощностями и определения их районов тяготения / Б.И.Алибеков, А.Я.Ламанов // Транспорт. Наука. Техника. Управление, 2009, № 10, с. 5-11.
8. Алибеков Б.И. Динамическая модель развития структуры транспортного узла / Б.И.Алибеков //Транспорт. Наука. Техника. Управление, 2010, №6, с. 6-13.
9. Алибеков, Б.И. Модели стратегического ресурсного обеспечения элементов транспортного комплекса / Б.И. Алибеков // Наука и техника транспорта, 2010, №1, с. 84-95.
10. Алибеков Б.И. Логистика грузовых перевозок региональных транспортных систем: моделирование и управление: монография / Б.И. Алибеков – Ростов н/Д, Рост. гос. ун-т путей сообщения. 2010, 180 с.
11. Алибеков Б.И. Оптимальное размещение и развитие структурированных объектов региональной транспортной системы/ Б.И. Алибеков //Транспорт. Наука. Техника. Управление, 2012, № 2, с.3-8.
12. Боровой Н.Е. Маршрутизация перевозок грузов / Н.Е. Боровой. М., Транспорт, 1978, 217 с.
13. Буянов В.К., Сметанин А.И., Архангельский Е.В. Система организации вагонопотоков. М.: Транспорт, 1988, 223 с.

14. Макеев В.А., Мамаев Э.А., Багинова В.В. Качество транспортного обслуживания региона. – Ростов н/Д, РГУПС, 2003. – 256 с.
15. Мамаев Э.А. Управление региональными транспортными системами в условиях изменений: проблемы и модели/ Э.А. Мамаев – Ростов н/Д: РГУПС, 2005, 195 с.
16. Михалевич В.С., Трубин В.А., Шор Н.З. Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования: модели, методы, алгоритмы. М.: Наука, 1986, 264 с.
17. Резер С.М. Модели управления структурированными объектами транспорта региона / С.М. Резер, Б.И. Алибеков // Транспорт. Наука. Техника. Управление, № 10, 2010, с 3-9.
18. Финкельштейн, Ю.Ю Приближенные методы и прикладные задачи дискретного программирования/ Ю.Ю. Финкельштейн. М.: Наука, 1976, 265 с.

NƏQLİYYAT AXININ TƏŞKİLİNİN ÇOXEKSTREMAL MƏSƏLƏSİNİN TƏQRİBİ OPTİMAL PLANININ TƏYİNİ

B.İ.ƏLİBƏYOV, E.A.MAMAYEV

XÜLASƏ

Şəbəkədə qövslər və düyün nöqtələri üzrə axına qoyulan məhdudiyyət daxilində vaqon axınının planlaşdırılması və təşkili misalında axının planlaşdırılmasının optimallaşdırılması məsələsinə baxılır. Qövsləri və düyün nöqtələri üzrə axının xərclərini qeyri-xətti funksiyalarla hesabladığı halda bir sinif şəbəkənin sintezi ilə bağlı çoxekstremal diskret proqramlaşdırma məsələsinin effektiv təqribi həlli yolu verilir. Təqribi alqoritm məhdudiyyətlərin xəttiləşdirilməsinə əsaslanır. Bu isə diskret proqramlaşmanın tamdəyişənli məsələsinə gətirib çıxarır. Təqribi məsələni həlli üçün ilkin məsələnin optimal planına yaxın planı qurmaq məqsədi ilə ikitərəfli iterasiya üsulu təklif olunur. Məsələnin həll alqoritminin şərhi və üsulun effektivliyinin təcrübi hesablamalarla təhlili verilir.

Açar sözlər: axın məsələləri şəbəkənin sintezi məsələləri, dinamik proqramlaşdırma, qismən tamdəyişənli məsələ, lokal optimal həll, iterativ alqoritm, nəqliyyat şəbəkəsi, vaqon axının təşkili, tərtibat planı, axının marşrutlarının tərtib olunması

DETERMINATION OF THE APPROACHED OPTIMUM PLAN OF MULTIEXTREMAL TASKS OF ORGANIZATION OF TRANSPORT FLOWS.

B.I.ALIBEKOV, E.A.MAMAEV

SUMMARY

The effective approached method of the decision of multiextremal tasks of discrete programming of a class of synthesis of networks with nonlinear functions of expenses on flows on arches and units of a network is resulted. The approached algorithm is based on linear approximation of restrictions, that allows to receive a partial - integer task of discrete programming. For the decision of the approached task the bilaterial iterative method of definition of the plan close to the optimum plan of an initial task is offered. Description of the algorithm of the decision of a task and analysis of the efficiency of the method on experimental accounts is received.

Key words: flows on network, task of synthesis of networks, dynamic programming, partial-integer task, local-optimum decision, iterative algorithm, transport network, routing of flows.

Поступила в редакцию: 11.03.2014 г.
Подписано к печати: 04.07.2014 г.